

Les exercices sont à rédiger sur une feuille au propre et à rendre avant de quitter la salle. Vous êtes grandement incités à utiliser Scilab pour tester vos réponses.

1 Présentation de la méthode par dichotomie

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$ qui vérifie $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires nous donne l'existence de $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = 0$. On cherche à approcher la valeur (ou une valeur, s'il y en a plusieurs) de c :

1. On part du couple de valeurs (a, b) tel que $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$.
2. On regarde la valeur de $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. Si elle est strictement négative, on remplace a par $\frac{a+b}{2}$. Si elle est nulle, on a trouvé c . Sinon, on remplace b par $\frac{a+b}{2}$.
3. On a obtenu un nouveau couple de valeurs (a, b) tel que $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$, et tel que $b - a$ est strictement plus petit que précédemment. Comme la fonction est toujours continue, elle s'annule également sur ce nouvel intervalle plus petit : on s'est « rapproché » de c .
4. On recommence l'opération à partir du nouveau couple de valeurs, jusqu'à ce que la différence entre les deux valeurs soit inférieure à la précision voulue.

2 Résolution d'une équation $f(x) = 0$

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

On cherche à résoudre de manière approchée l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 1. Écrire un programme qui implémente la fonction f dans Scilab.

Exercice 2. Déterminer deux réels a et b tels que $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$.

Exercice 3. Compléter le programme Scilab suivant pour qu'il propose une approximation d'une solution à 0,001 près.

```
a = ... ;
b = ... ;
while ...
    d = (a+b)/2 ;
    ...
    ...
    ...
end
disp(...)
```

Exercice 4. Déterminer des valeurs approchées à 0,001 près des trois solutions de l'équation $f(x) = 0$.