TP8 : évaluation

Ces exercices sont à rédiger sur une feuille au propre et à rendre avant de quitter la salle. Vous êtes grandement incités à utiliser Scilab pour tester vos réponses.

Exercice 1. On s'intéresse à la somme de la série $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n+n}$. On voudrait en trouver une valeur approchée avec une précision de $\varepsilon = 10^{-3}$. Cette série n'est pas alternée, mais il est facile de montrer qu'elle converge (par comparaison avec une série géométrique). Si on trouve un $\lambda \in]0,1[$ tel que pour n assez grand, $|u_n| \leqslant \lambda^n$, on obtiendra alors,

$$|R_n| \leqslant \sum_{k=n+1}^{+\infty} |u_k| \leqslant \sum_{k=n+1}^{+\infty} \lambda^k = \frac{\lambda^{n+1}}{1-\lambda}.$$

On cherche donc n tel que $\frac{\lambda^{n+1}}{1-\lambda} \leqslant \varepsilon$ et le calcul de S_n donnera ensuite l'approximation recherchée.

1. Déterminer un λ qui convient.
2. Déterminer une valeur de n pour laquelle $\frac{\lambda^{n+1}}{1-\lambda} \leqslant \varepsilon$.
3. Fournir une approximation de la somme et le code Scilab ayant permis de l'obtenir.
4. À combien de chiffres après la virgule peut-on se fier ?

Exercice 2. On cherche à calculer une valeur approchée de $J = \int_2^4 (\ln(t))^2 \, dt$ par la méthode des rectangles, avec une précision de 10^{-2} :

1. Soit $f : t \to (\ln(t))^2$. Étudier sa dérivabilité et déterminer (si nécessaire en utilisant `plot`) un majorant de $|f'|$ sur l'intervalle considéré.
2. Déterminer un n telle que la somme de Riemann associée est une approximation convenable.
3. Proposer une approximation de J et le code Scilab ayant permis de l'obtenir.