

Les commentaires en rouge sont de simples explications qui détaillent cet exemple et n'ont pas vocation à apparaître dans une "maie" reprise de colle.

Élodie Bouchet

Série 1

Collé avec Mme Bouchet

Reprise de colle (exemple)

Exercice 1

Soit  $m \geq 2$ , calculer  $\sum_{k=2}^m k(1-k)$

Pièges de l'exercice : • la somme commence à 2  
• il faut penser à simplifier l'expression finale en factorisant, c'est bien plus rapide que développer

$$\sum_{k=2}^m k(1-k) = \sum_{k=2}^m (k - k^2)$$

$$= \sum_{k=2}^m k - \sum_{k=2}^m k^2 \quad \text{par linéarité de la somme}$$

$$= \frac{m(m+1)}{2} - 1 - \left( \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} - 1 \right)$$

$$= \frac{m(m+1)}{2} \left[ 1 - \frac{(2m+1)}{3} \right]$$

$$= \frac{m(m+1)}{2} \left( \frac{3-2m-1}{3} \right)$$

$$\boxed{\sum_{k=2}^m k(1-k) = \frac{m(m+1)(1-m)}{3}}$$

Exercice 2

Soit  $m \in \mathbb{N}$ , calculer  $\prod_{1 \leq i, j \leq m} (ij)$

Pièges de l'exercice : • c'est un produit double, il va falloir adapter les techniques de sommes doubles à ce cas particulier.

Être en début d'exercice les difficultés rencontrées pendant la colle permettra de se concentrer directement sur les erreurs à ne pas faire en réalisant plus tard. (Imitez de tester ce qui n'a pas posé pb)

ne pas hésiter à faire des flèches ou dessin pour illustrer la façon de entourer les pièges

Sur un exercice plus difficile être les points de départ possible permet de mieux comprendre la méthode



J'avais oublié au début le piège  
 rajoute au moment où j'y pense

• Il faut trouver comment simplifier le produit :  
 la seule formule de cours qui aide vraiment  
 est liée à la factorielle.

$$\prod_{1 \leq i, j \leq m} (ij) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^m (ij)$$

$$= \prod_{i=1}^m \left( i^m \prod_{j=1}^m j \right)$$

(l'expression est symétrique en i et j  
 le choix du premier produit n'a donc  
 aucune importance).

⚠ Le produit n'est pas linéaire.

↑  
 la double barre  
 indique la "fin de la  
 colle" et me permet de  
 savoir où s'arrêtent  
 les indications et  
 confirmations du colleur

$$= \prod_{i=1}^m (i^m m!)$$

$$= (m!)^m \prod_{i=1}^m i^m$$

Ne pas hésiter à poursuivre  
 l'exercice plus loin pour  
 s'entraîner, même si ce n'est  
 pas obligatoire.

Et là, je suis bloquée : la puissance dans le produit m'empêche  
 de réutiliser la factorielle, comment avancer ?

↓  
 en lisant vos reprises de  
 colle, je répondrai à toutes  
 les questions formulées de  
 manière directe.

Bilan : la reprise de colle a plusieurs objectifs :

- \* s'entraîner à bien rédiger.
- \* mettre au propre les raisonnements parfois un peu « brouillon » d'une colle.
- \* Mettre en évidence les points qui ont posé problème et la façon de les repérer : ça simplifiera vos révisions dans plusieurs mois, en évitant de perdre trop de temps à relire les points qu'on a toujours su traiter.