É.Bouchet ECS1 **TP10 - Convergence des variables aléatoires**

1 Convergence de lois binomiales vers une loi de Poisson

Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$. On a vu dans le cours que lorsque n tend vers l'infini et que p_n tend vers 0 avec $np_n = \lambda$, la loi binomiale de paramètres n et p_n converge vers une loi de Poisson de paramètre λ.

Exercice 1. Pour les valeurs suivantes, tracer avec Scilab deux histogrammes pour 10 000 tirages que l'on superposera : le premier suivant une loi binomiale de paramètres n et p_n, et le second suivant une loi de Poisson de paramètre $\lambda = np_n$:

$$n = 10, \quad 30, \quad 50, \quad 100 \quad \text{et} \quad p_n = 0.05, \quad 0.1, \quad 0.5, \quad 0.9.$$

Quelles sont les valeurs pour lesquelles l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson semble efficace ?
Indication : pour différencier les deux histogrammes, on pourra ajouter une syntaxe de la forme `histplot(c,d,style=5)` qui change la couleur du tracé.

Exercice 2. Que se passe-t-il lorsque p_n est trop grand ?

2 Convergence de lois binomiales vers une loi normale

On a vu dans le cours que si $0 < p < 1$ est un réel fixé et si (S_n) est une suite de variables aléatoires binomiales de paramètres (n, p),

$$Z_n = \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

converge en loi vers une loi normale centrée réduite.

Exercice 3. Pour les valeurs suivantes, tracer avec Scilab deux histogrammes pour 10 000 tirages que l'on superposera : le premier avec des tirages de Z_n, et le second avec des tirages suivant une loi $\mathcal{N}(0,1)$:

$$n = 10, \quad 30, \quad 50, \quad 100 \quad \text{et} \quad p = 0.05, \quad 0.1, \quad 0.5, \quad 0.9.$$

Quelles sont les valeurs pour lesquelles l'approximation de la loi binomiale centrée réduite par la loi Normale semble efficace ?

Exercice 4. Que se passe-t-il lorsque n est trop petit, ou p trop grand ou trop petit ?